

# Optimisation Multiobjectif en présence d'incertitudes

---

Victor Trappler<sup>1</sup>

Céline Helbert<sup>1</sup> Christophette Blanchet-Scalliet<sup>1</sup> Rodolphe Le Riche<sup>2</sup>

Visite des stagiaires

July 4, 2024



Institut Camille Jordan <sup>1</sup>

Laboratoire d'Informatique, de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes (LIMOS) <sup>2</sup>

1. Optimisation

2. Optimisation multiobjectif

# Optimisation

---

# Qu'est ce que l'optimisation ?

## Définition formelle

Optimisation: Processus par lequel on va chercher à optimiser une quantité

# Qu'est ce que l'optimisation ?

## Définition pour les humains

Optimisation: Processus par lequel on va chercher à rendre une quantité la plus petite possible

- **rendre**: Ce sur quoi on va agir
- **quantité**: Quelque chose qui représente un "coût"
- **la plus petite possible**: coût bas = 👍 / coût haut = 👎

# Exemples de problèmes d'optimisation

## Définition pour les humains

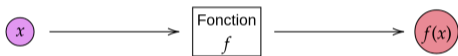
Optimisation: Processus par lequel on va chercher à rendre une quantité la plus petite possible

- Choisir le produit qui a le prix le plus bas
- Choisir le chemin le plus rapide (qui va prendre le moins de temps)
- Choisir la forme des Pringles pour que la chaîne de production prenne le moins de temps possible
- Choisir la forme des ailes pour que l'avion ait le moins de chances de se crasher
- Entraîner une IA
- Faire des prévisions météo

# Et mathématiquement ?

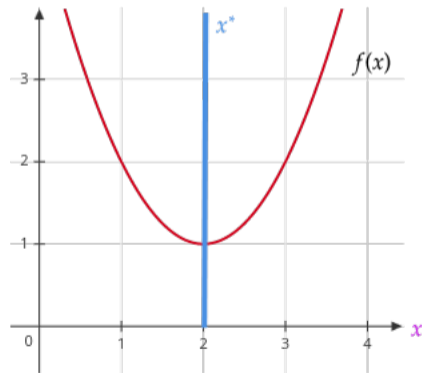
## Définition pour les humains

Optimisation: Processus par lequel on va chercher à rendre une quantité la plus petite possible



Trouver  $\min_x f(x)$

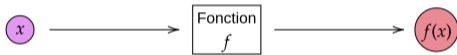
$x^* = \arg \min_x f(x)$



# Et mathématiquement ?

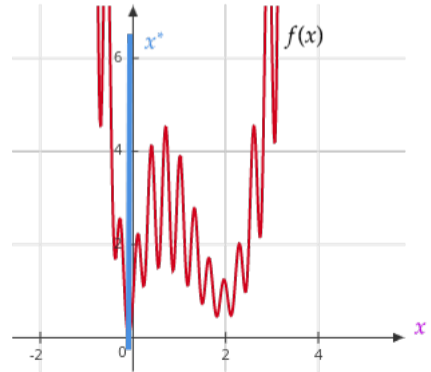
## Définition pour les humains

Optimisation: Processus par lequel on va chercher à rendre une quantité la plus petite possible



Trouver  $\min_x f(x)$

$x^* = \arg \min_x f(x)$

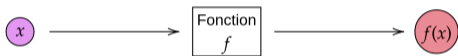




# Et mathématiquement ?

## Définition pour les humains

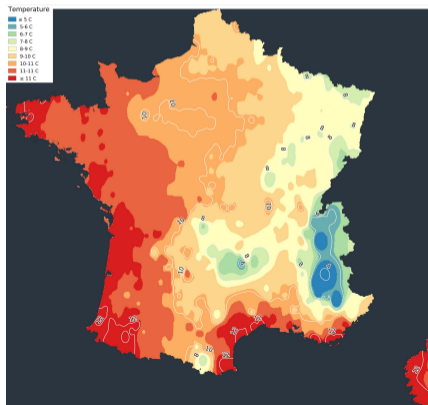
Optimisation: Processus par lequel on va chercher à rendre une quantité la plus petite possible



1312

Trouver  $\min_x f(x)$

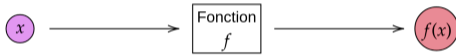
$x^* = \arg \min_x f(x)$



# Et mathématiquement ?

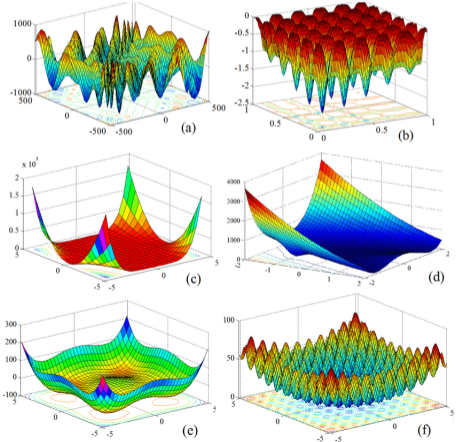
Définition pour les humains

Optimisation: Processus par lequel on va chercher à rendre une quantité la plus petite possible



Trouver  $\min_x f(x)$

$x^* = \arg \min_x f(x)$



Cas "simples":

$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ sous forme canonique ?}$$

## Problème (pour nous)

Calculer  $f(x)$  pour pleins de  $x$  ça peut coûter cher (temps, argent)

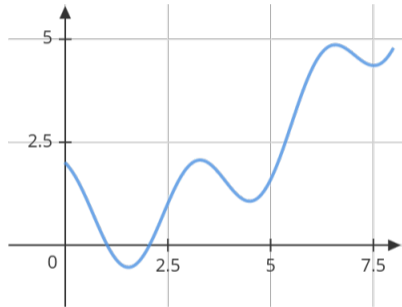
Cas "simples":

$$\begin{aligned} f(x) &= ax^2 + bx + c \text{ sous forme canonique ?} \\ &= a \left( \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left( \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} \right) \Rightarrow x^* = -\frac{b}{2a} \end{aligned}$$

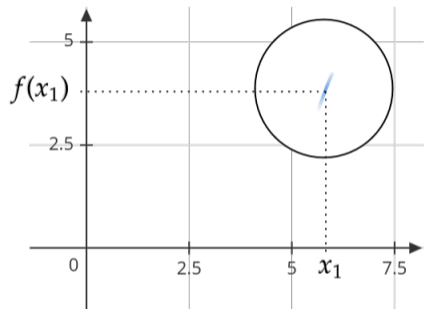
## Problème (pour nous)

Calculer  $f(x)$  pour pleins de  $x$  ça peut coûter cher (temps, argent)

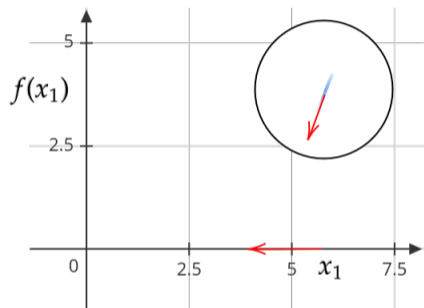
# Descente de gradient: faire du ski dans le brouillard



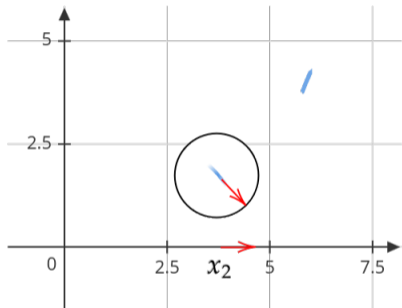
# Descente de gradient: faire du ski dans le brouillard



# Descente de gradient: faire du ski dans le brouillard

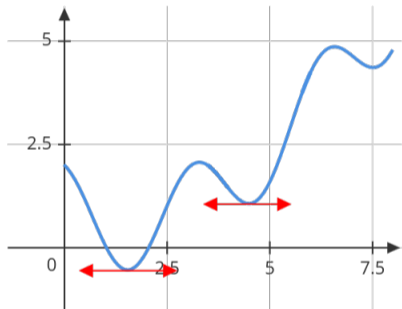


# Descente de gradient: faire du ski dans le brouillard





# Descente de gradient: faire du ski dans le brouillard



# Optimisation multiobjectif

---

# Exemples de problèmes d'optimisation multiobjectif

Quand on doit prendre une décision, il y souvent plusieurs facteurs qui rentrent en compte

## Définition pour les humains

Optimisation MO: Processus par lequel on va chercher à rendre plusieurs quantités les plus petites possible

- Choisir le produit qui a le prix le plus bas
- Choisir le chemin le plus rapide (qui va prendre le moins de temps)
- Choisir la forme des ailes pour que l'avion ait le moins de chances de se crasher

# Exemples de problèmes d'optimisation multiobjectif

Quand on doit prendre une décision, il y souvent plusieurs facteurs qui rentrent en compte

## Définition pour les humains

Optimisation MO: Processus par lequel on va chercher à rendre plusieurs quantités les plus petites possible

- Choisir le produit qui a le prix le plus bas et le goût le moins mauvais (rapport qualité/prix)
- Choisir le chemin le plus rapide (qui va prendre le moins de temps) et le moins de péage et coûte le moins cher
- Choisir la forme des ailes pour que l'avion ait le moins de chances de se crasher et soit le moins lourd

Souvent les objectifs sont **concurrents**: il faut parfois trouver des compromis.

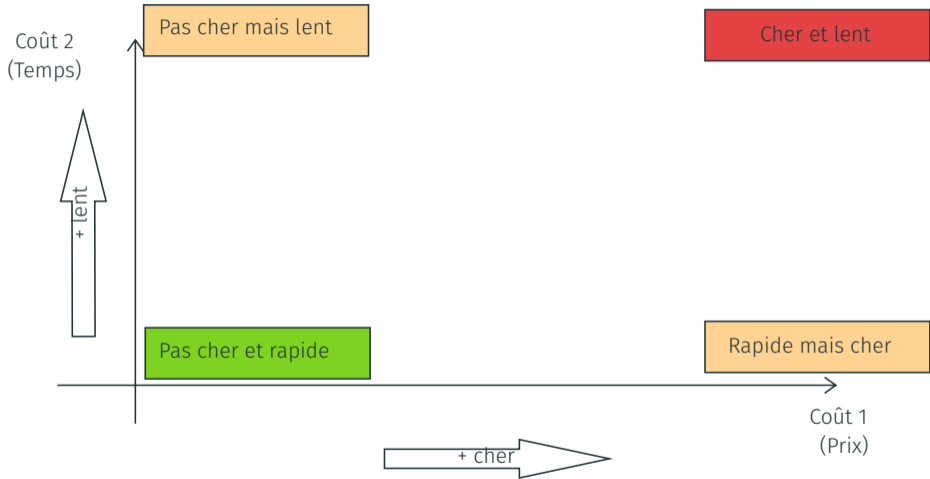
## Problème

Comment comparer des solutions ?

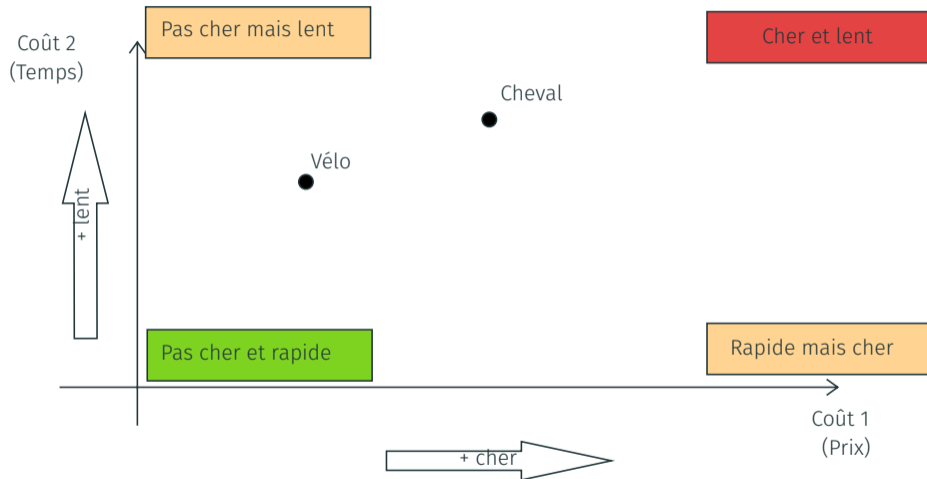
$\prec$  : "mieux sur tous les plans que"

- Vélo est moins cher et moins lent que le cheval: donc Vélo  $\prec$  Cheval
- La voiture est moins chère et moins lente que le cheval: Voiture  $\prec$  Cheval
- TGV moins cher et moins lent que l'hélico: TGV  $\prec$  Hélico

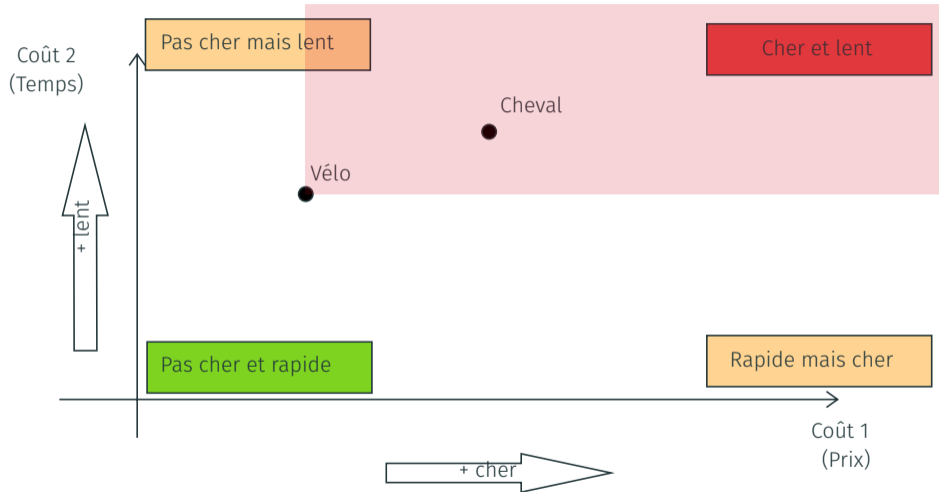
# Graphiquement



# Graphiquement

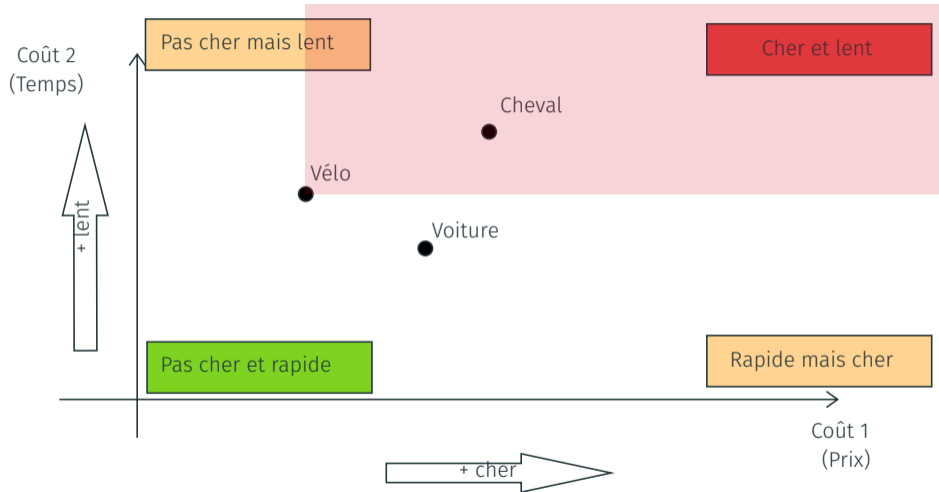


# Graphiquement

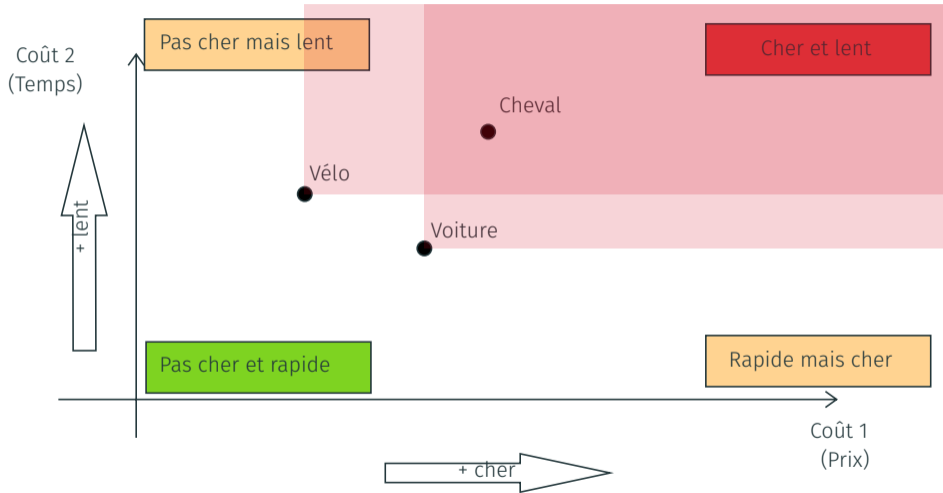




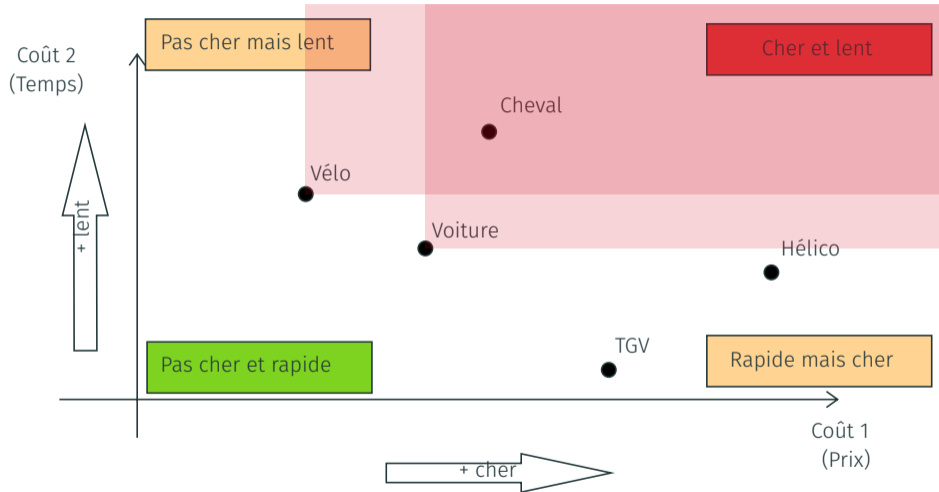
# Graphiquement



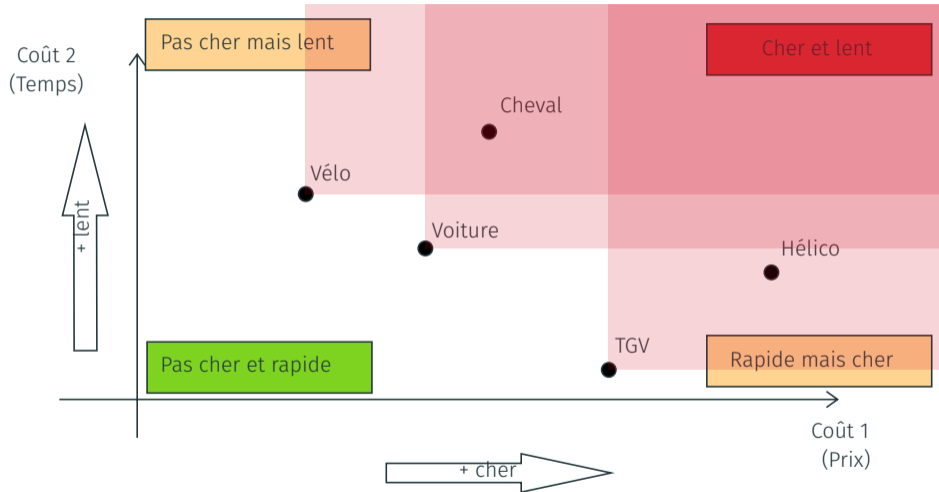
# Graphiquement



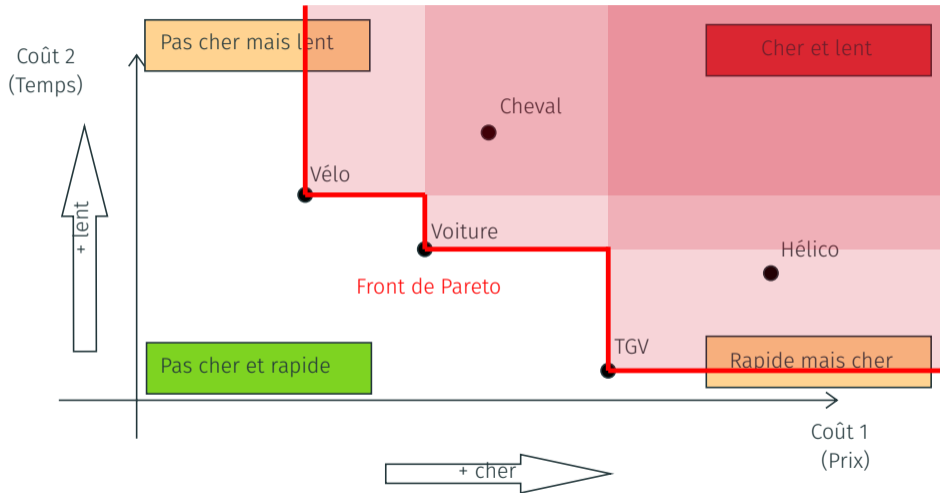
# Graphiquement




# Graphiquement



# Graphiquement



- Qu'est ce que l'optimisation (au sens mathématique) ? 
- Qu'est ce que l'optimisation multiobjectif ? 