

Optimisation Multiobjectif en présence d'incertitudes

Victor Trappler¹

Céline Helbert¹ Christophette Blanchet-Scalliet¹ Rodolphe Le Riche²

Visite des stagiaires

July 4, 2024



Institut Camille Jordan ¹

Laboratoire d'Informatique, de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes (LIMOS) ²

1. Optimisation

2. Optimisation multiobjectif

Optimisation

Qu'est ce que l'optimisation ?

Définition formelle

Optimisation: Processus par lequel on va chercher à optimiser une quantité

Qu'est ce que l'optimisation ?

Définition pour les humains

Optimisation: Processus par lequel on va chercher à rendre une quantité la plus petite possible

- **rendre**: Ce sur quoi on va agir
- **quantité**: Quelque chose qui représente un "coût"
- **la plus petite possible**: coût bas = 👍 / coût haut = 👎

Exemples de problèmes d'optimisation

Définition pour les humains

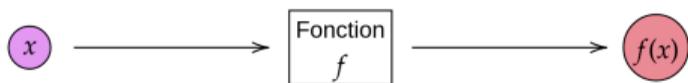
Optimisation: Processus par lequel on va chercher à rendre une quantité la plus petite possible

- Choisir le produit qui a le prix le plus bas
- Choisir le chemin le plus rapide (qui va prendre le moins de temps)
- Choisir la forme des Pringles pour que la chaîne de production prenne le moins de temps possible
- Choisir la forme des ailes pour que l'avion ait le moins de chances de se crasher
- Entraîner une IA
- Faire des prévisions météo

Et mathématiquement ?

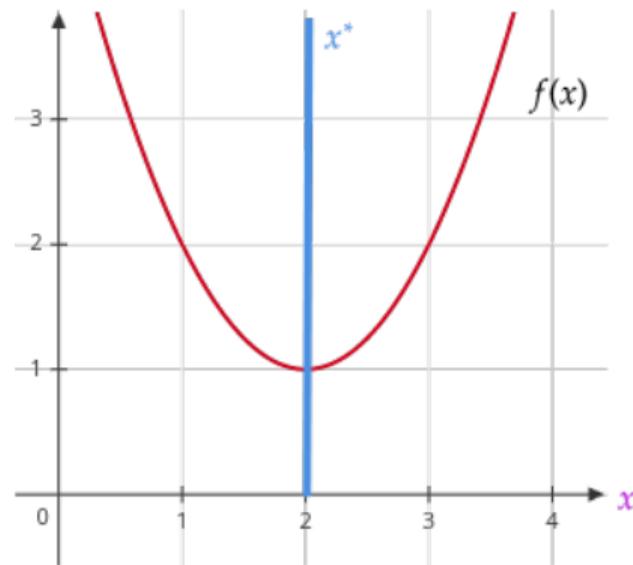
Définition pour les humains

Optimisation: Processus par lequel on va chercher à rendre une quantité la plus petite possible



Trouver $\min_x f(x)$

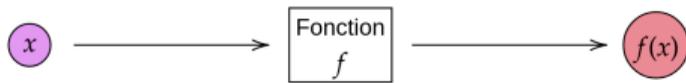
$x^* = \arg \min_x f(x)$



Et mathématiquement ?

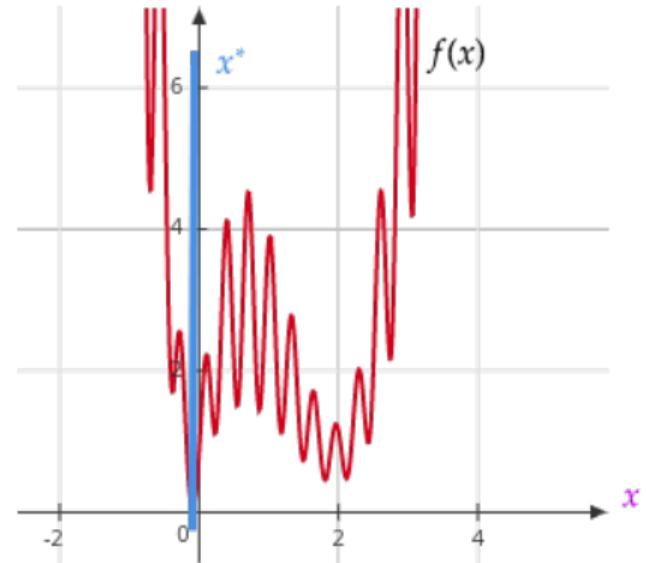
Définition pour les humains

Optimisation: Processus par lequel on va chercher à rendre une quantité la plus petite possible



Trouver $\min_x f(x)$

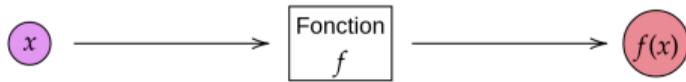
$$x^* = \arg \min_x f(x)$$



Et mathématiquement ?

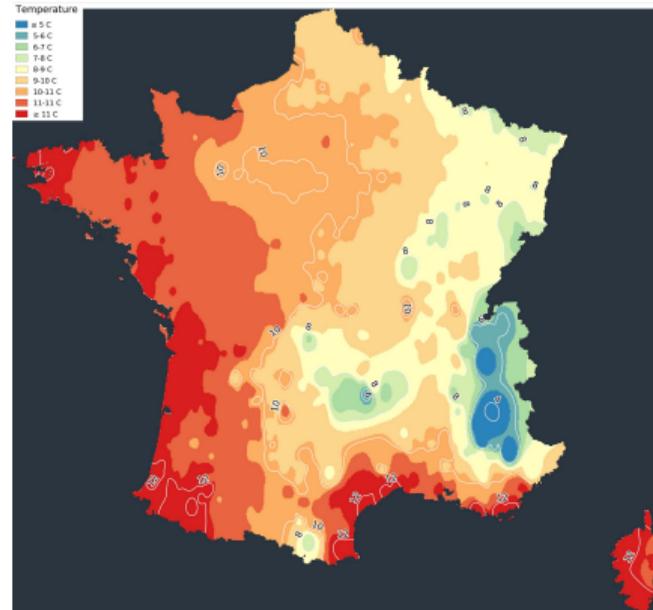
Définition pour les humains

Optimisation: Processus par lequel on va chercher à rendre une quantité la plus petite possible



Trouver $\min_x f(x)$

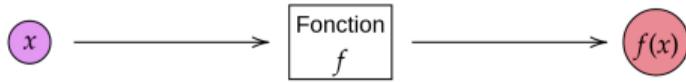
$x^* = \arg \min_x f(x)$



Et mathématiquement ?

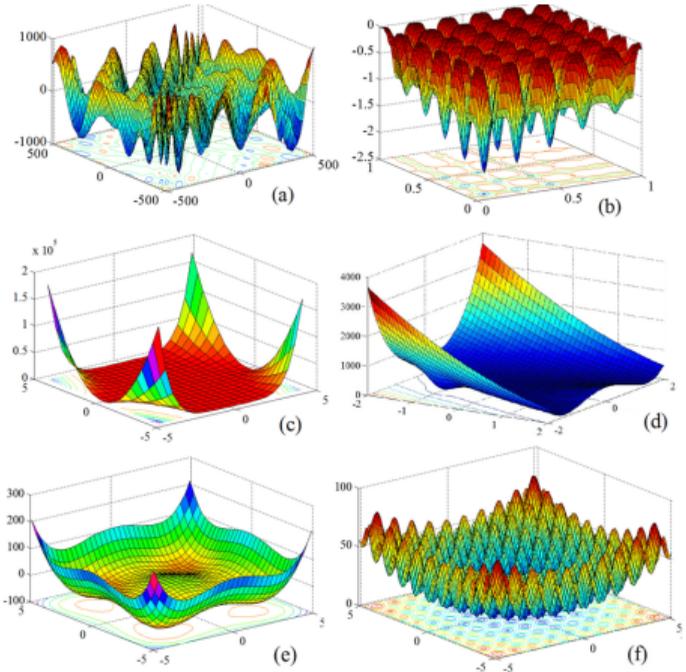
Définition pour les humains

Optimisation: Processus par lequel on va chercher à rendre une quantité la plus petite possible



Trouver $\min_x f(x)$

$x^* = \arg \min_x f(x)$



Cas "simples":

$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ sous forme canonique ?}$$

Problème (pour nous)

Calculer $f(x)$ pour pleins de x ça peut coûter cher (temps, argent)

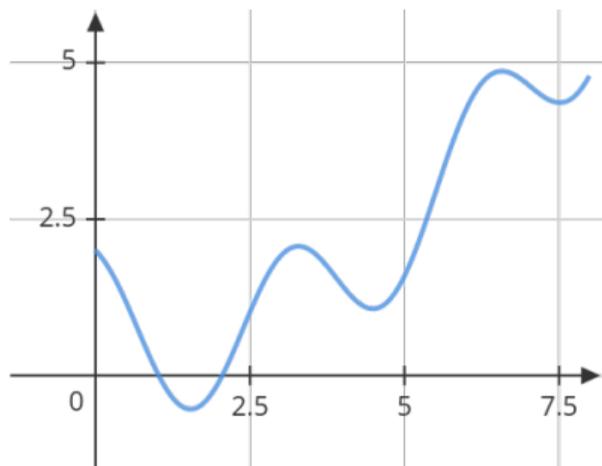
Cas "simples":

$$\begin{aligned} f(x) &= ax^2 + bx + c \text{ sous forme canonique ?} \\ &= a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} \right) \Rightarrow x^* = -\frac{b}{2a} \end{aligned}$$

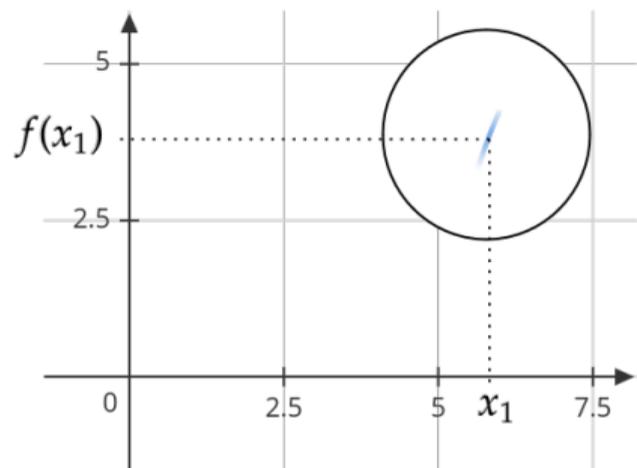
Problème (pour nous)

Calculer $f(x)$ pour pleins de x ça peut coûter cher (temps, argent)

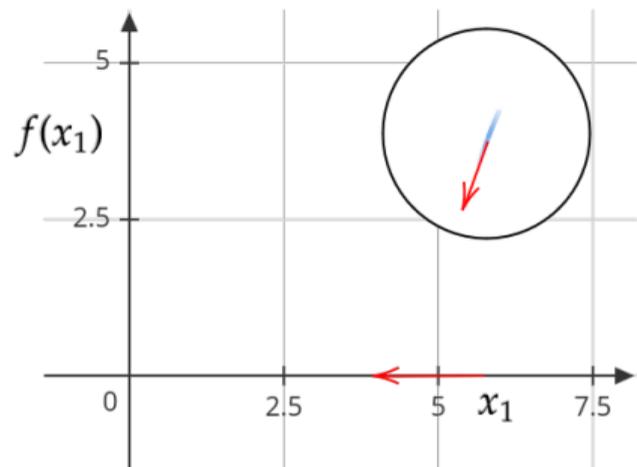
Descente de gradient: faire du ski dans le brouillard



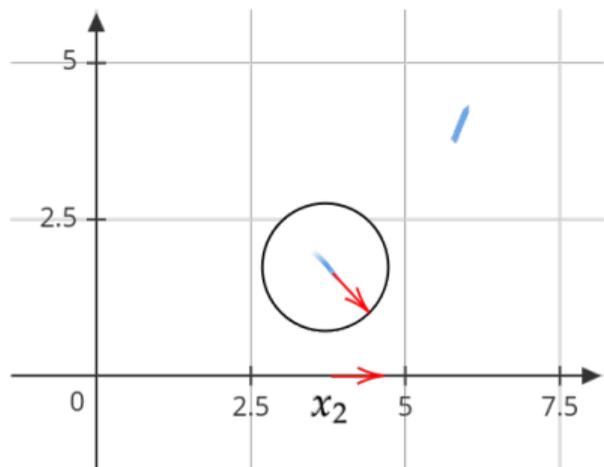
Descente de gradient: faire du ski dans le brouillard



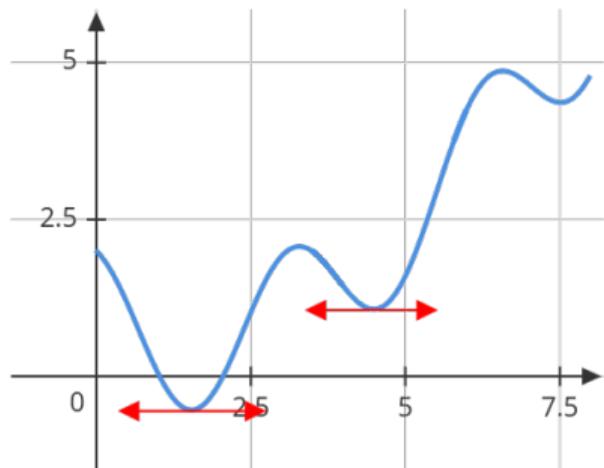
Descente de gradient: faire du ski dans le brouillard



Descente de gradient: faire du ski dans le brouillard



Descente de gradient: faire du ski dans le brouillard



Optimisation multiobjectif

Exemples de problèmes d'optimisation multiobjectif

Quand on doit prendre une décision, il y souvent plusieurs facteurs qui rentrent en compte

Définition pour les humains

Optimisation MO: Processus par lequel on va chercher à rendre plusieurs quantités les plus petites possible

- Choisir le produit qui a le prix le plus bas
- Choisir le chemin le plus rapide (qui va prendre le moins de temps)
- Choisir la forme des ailes pour que l'avion ait le moins de chances de se crasher

Exemples de problèmes d'optimisation multiobjectif

Quand on doit prendre une décision, il y souvent plusieurs facteurs qui rentrent en compte

Définition pour les humains

Optimisation MO: Processus par lequel on va chercher à rendre plusieurs quantités les plus petites possible

- Choisir le produit qui a le prix le plus bas et le goût le moins mauvais (rapport qualité/prix)
- Choisir le chemin le plus rapide (qui va prendre le moins de temps) et le moins de péage et coûte le moins cher
- Choisir la forme des ailes pour que l'avion ait le moins de chances de se crasher et soit le moins lourd

Souvent les objectifs sont **concurrents**: il faut parfois trouver des compromis.

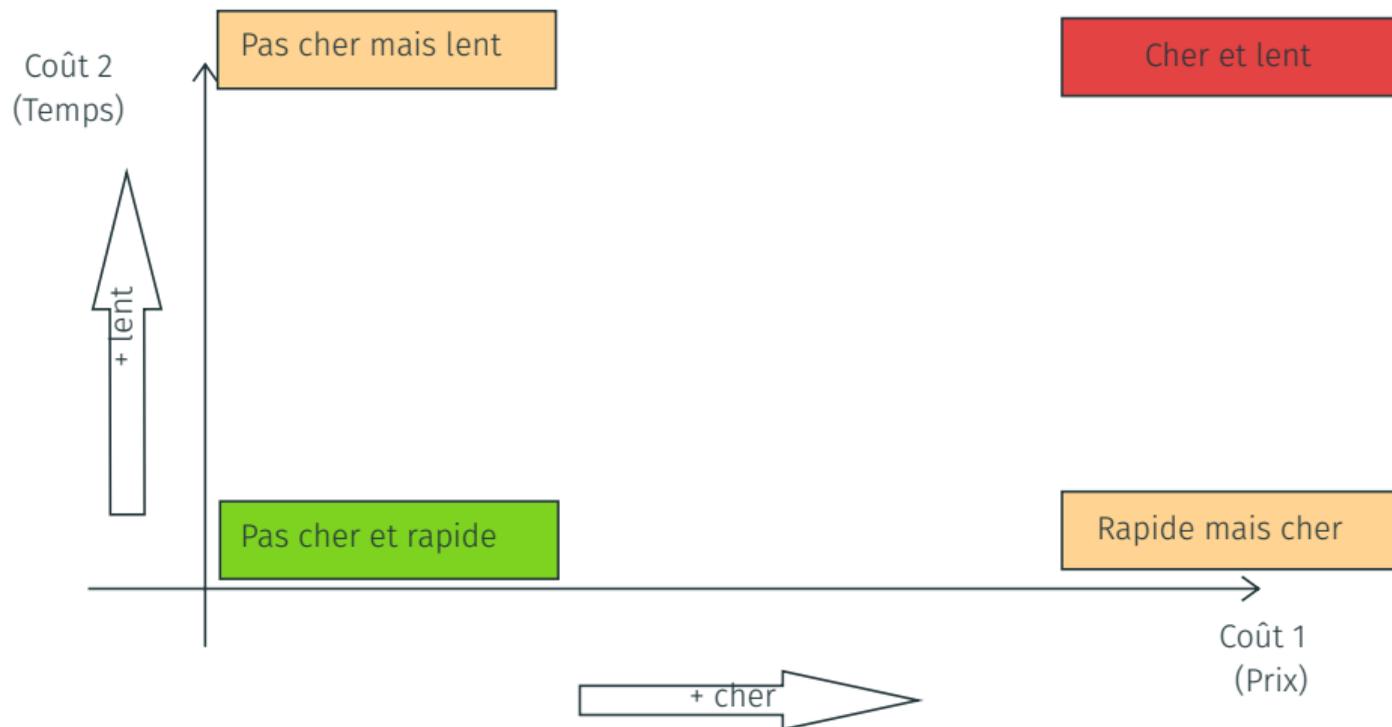
Problème

Comment comparer des solutions ?

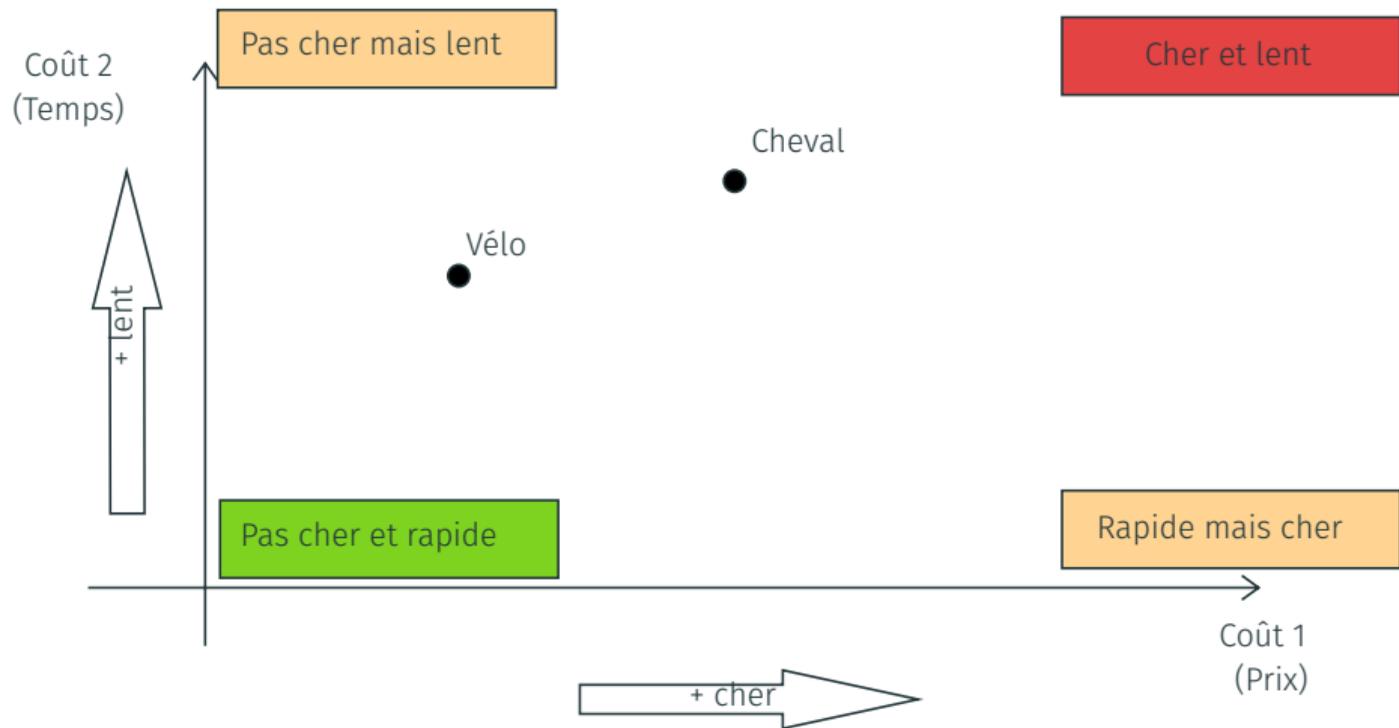
\prec : "mieux sur tous les plans que"

- Vélo est moins cher et moins lent que le cheval: donc Vélo \prec Cheval
- La voiture est moins chère et moins lente que le cheval: Voiture \prec Cheval
- TGV moins cher et moins lent que l'hélico: TGV \prec Hélico

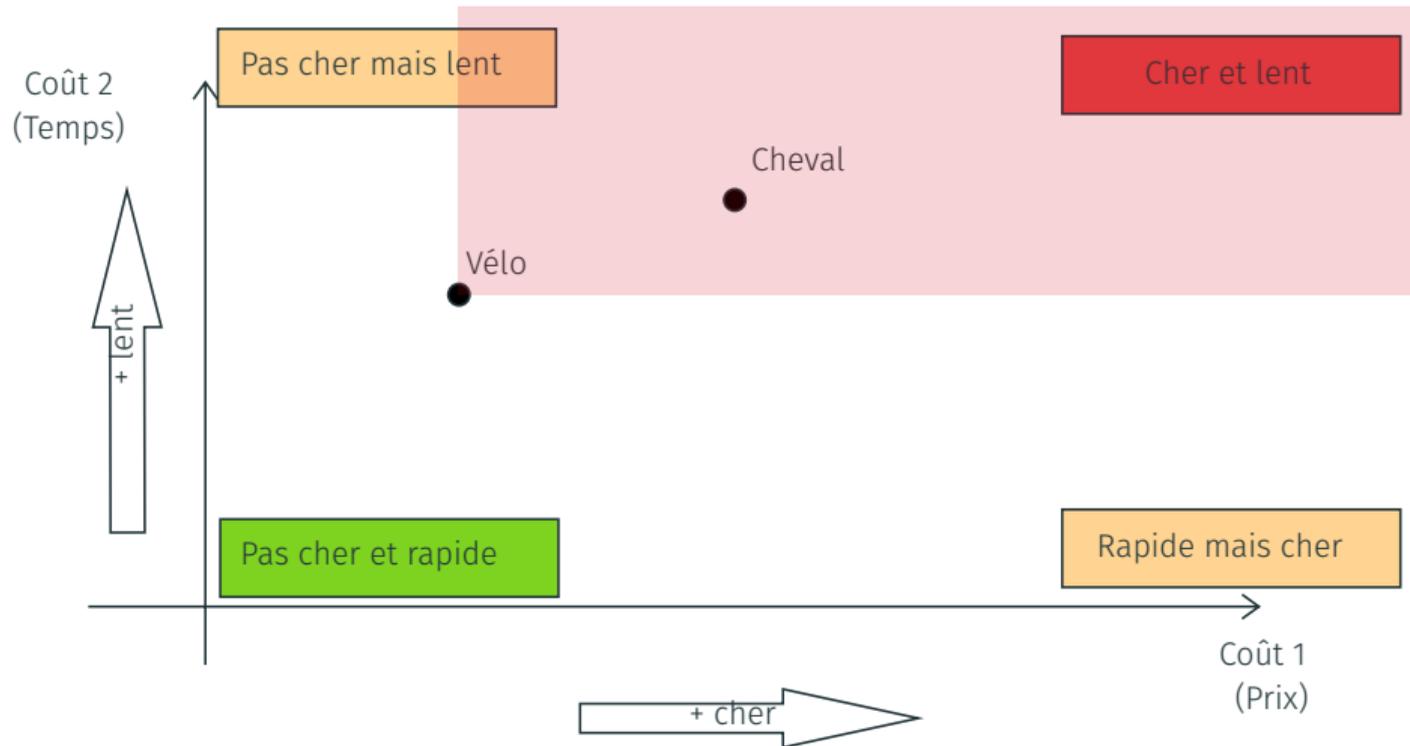
Graphiquement



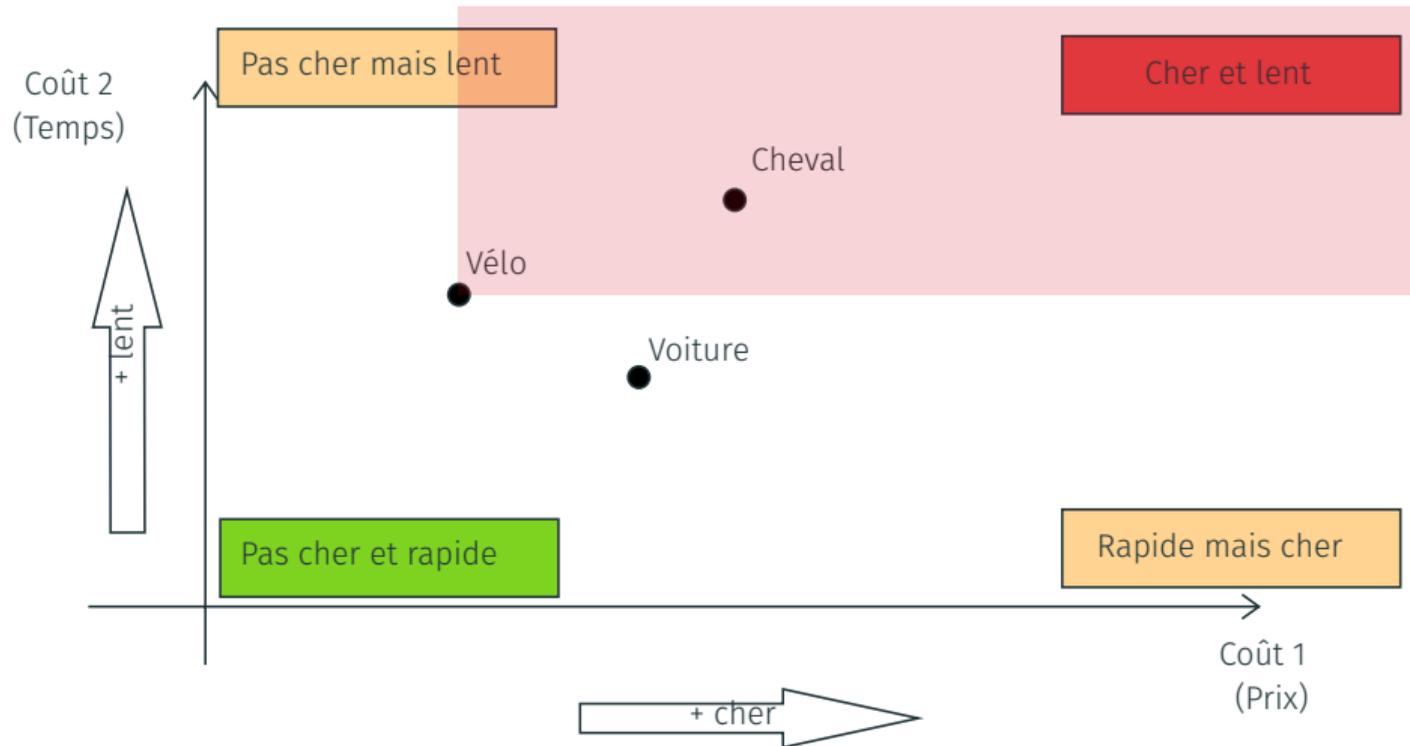
Graphiquement



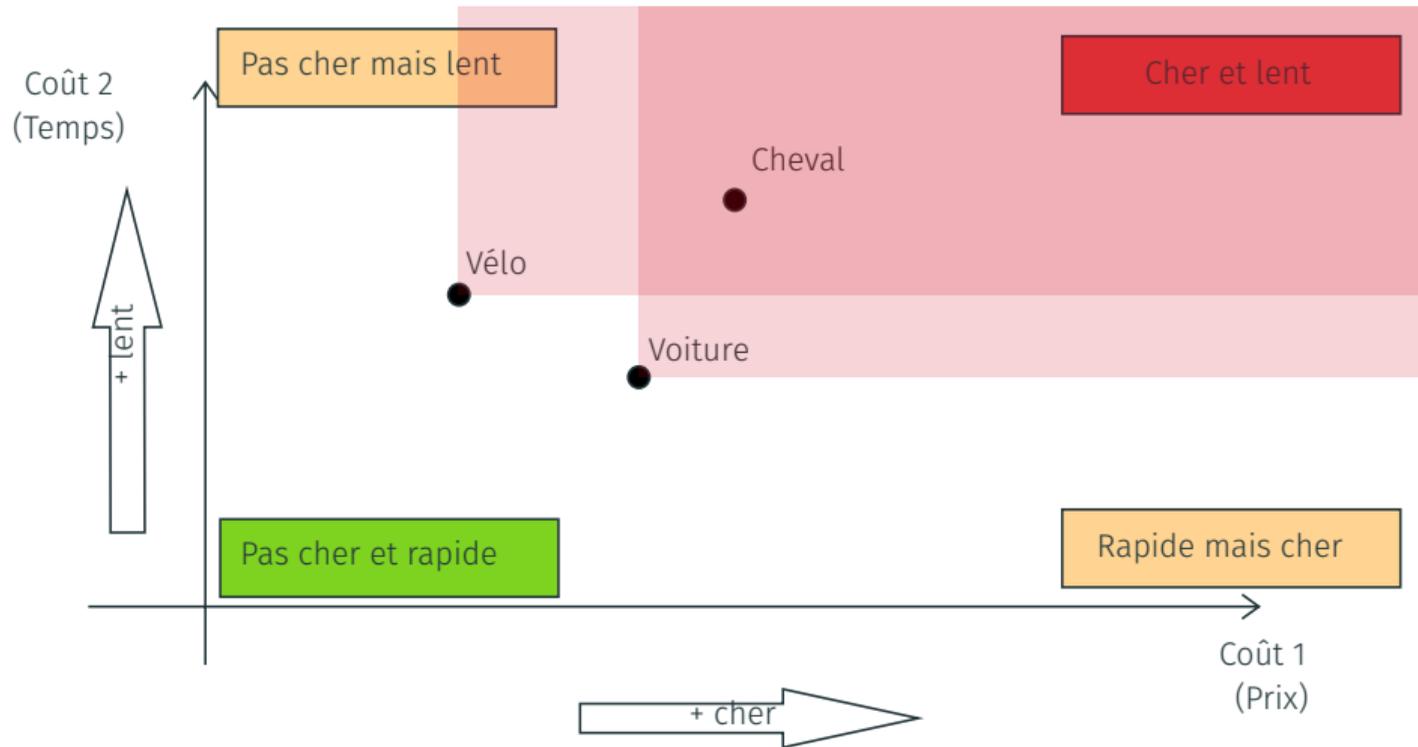
Graphiquement



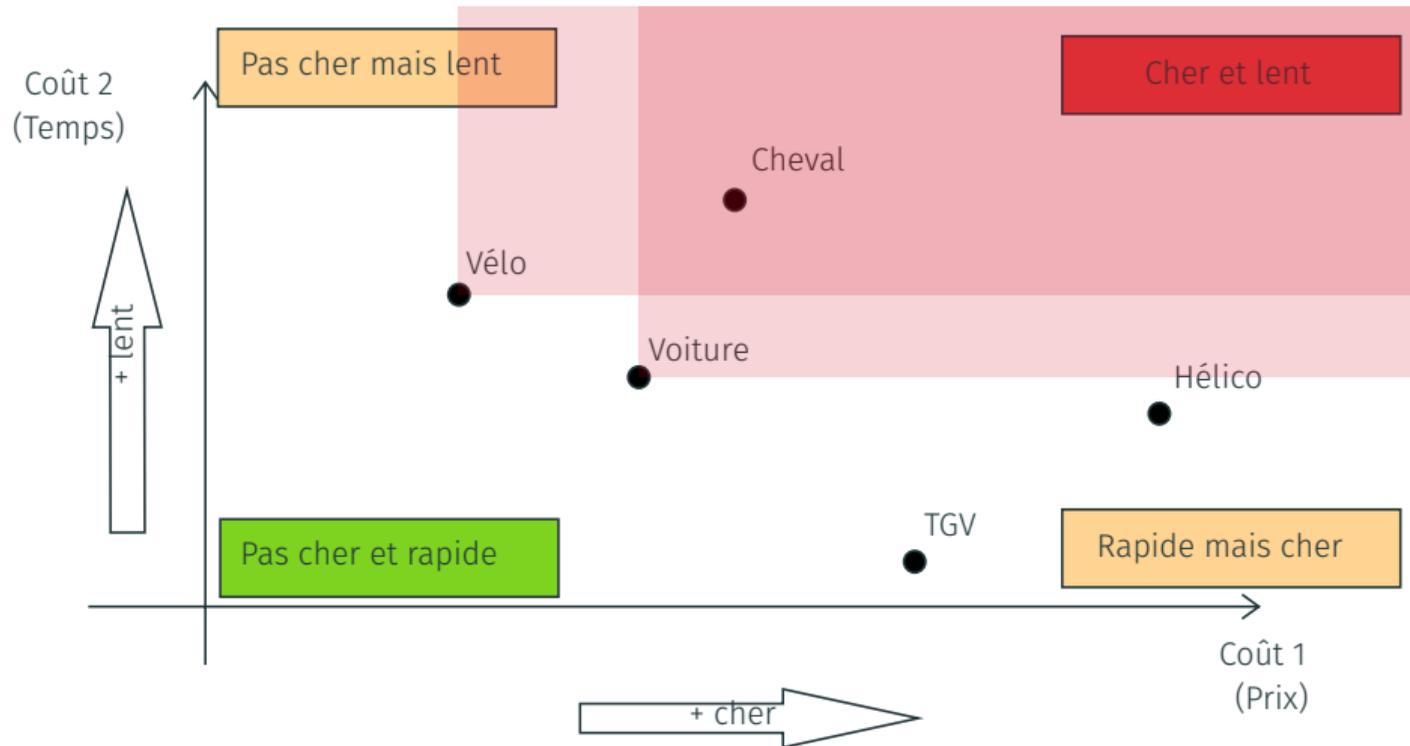
Graphiquement



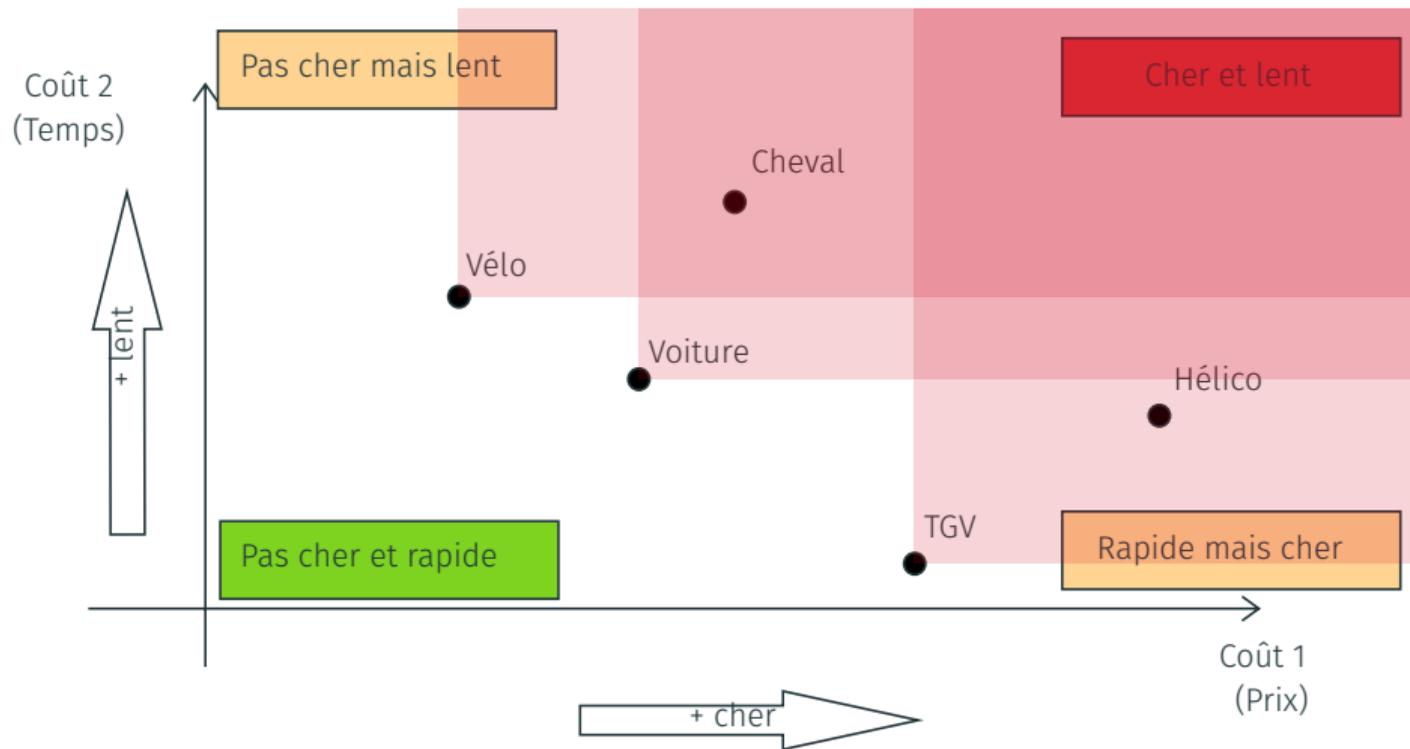
Graphiquement



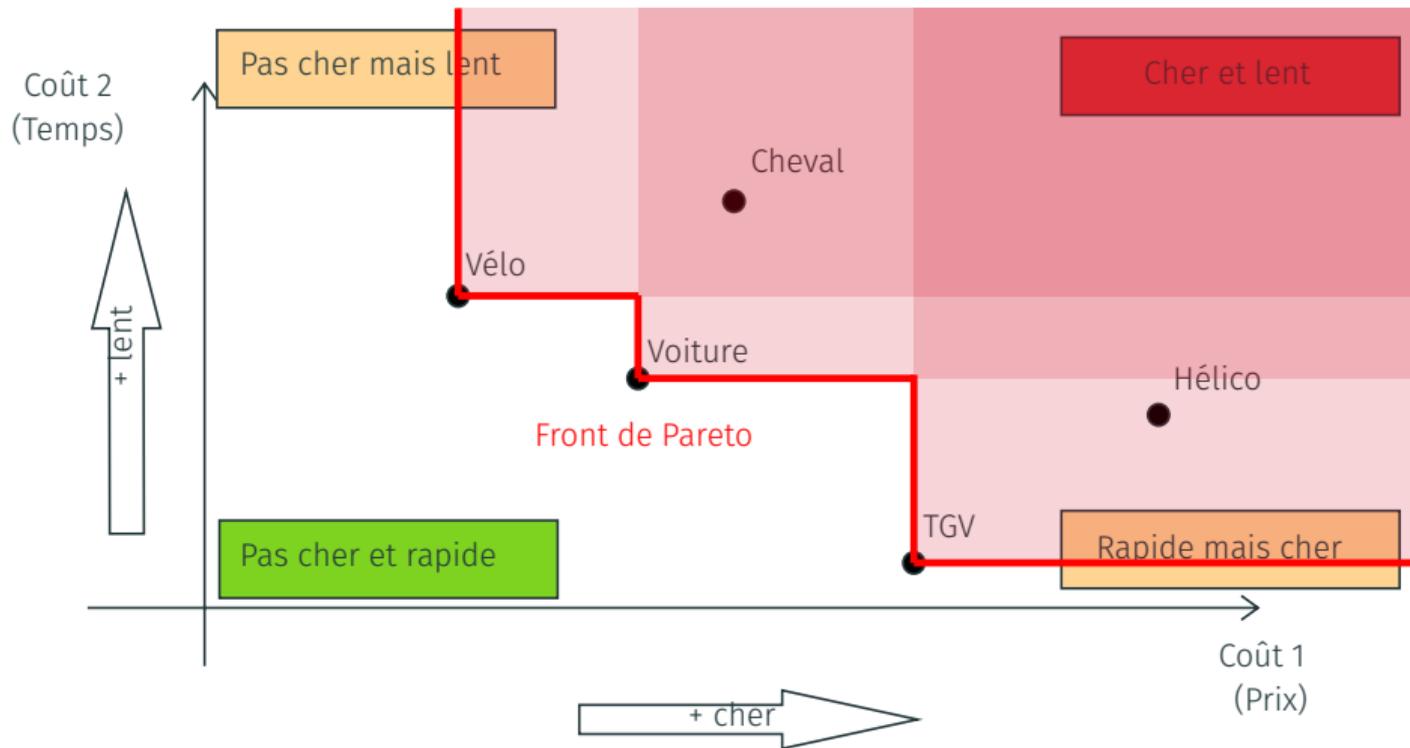
Graphiquement



Graphiquement



Graphiquement



- Qu'est ce que l'optimisation (au sens mathématique) ? 
- Qu'est ce que l'optimisation multiobjectif ? 